Trigonometria (9.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, e, relativamente ao ângulo ACB, o lado $[AB]$ é o cateto oposto e o lado $[AC]$ é a hipotenusa, usando a definição de seno, temos:

$$\operatorname{sen} A\hat{C}B = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \operatorname{sen} A\hat{C}B = \frac{6}{7} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha \approx 0{,}857$$

Assim, procurando o valor mais próximo de 0,857 na coluna dos valores do seno na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo ACB às unidades, temos que

$$A\hat{C}B \approx \operatorname{sen}^{-1}(0{,}857) \approx 59^\circ$$

Prova de Matemática, 9.º ano – 2021

2. Como $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$, vem:

$$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 8 - 0{,}16 = 7{,}84 \text{ m}$$

Como o triângulo $[ABE]$ é retângulo em E, e, relativamente ao ângulo AEB, o lado $[AB]$ é o cateto oposto e o lado $[AE]$ é a hipotenusa, usando a definição de seno, temos:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \Leftrightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{7{,}84}{10{,}9} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha \approx 0{,}719$$

Assim, procurando o valor mais próximo de 0,719 na coluna dos valores do seno na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo AEB às unidades, temos que

$$\alpha \approx \operatorname{sen}^{-1}(0{,}719) \approx 46^\circ$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

3. Recorrendo à fórmula fundamental da trigonometria, como β é um ângulo agudo, $\cos\beta > 0$ vem que:

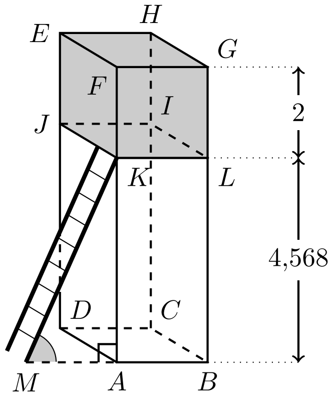
$$\operatorname{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{9} + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \cos^2\beta = 1 - \frac{5}{9} \Leftrightarrow \cos^2\beta = \frac{9}{9} - \frac{5}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\beta = \frac{4}{9} \underset{\cos\beta>0}{\Rightarrow} \cos\beta = \sqrt{\frac{4}{9}} \Leftrightarrow \cos\beta = \frac{2}{3}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

4. Como $K\hat{A}M = 90°$, então o triângulo $[KAM]$ é retângulo em A, sendo o lado $[KM]$ a hipotenusa e o lado $[AK]$ o cateto oposto relativamente ao ângulo AMK.

Desta forma, como $A\hat{M}K = 66°$ e $\overline{KM} = 5$, usando a definição de seno, temos que:



$$\text{sen}\, A\hat{M}K = \frac{\overline{AK}}{\overline{KM}} \Leftrightarrow \text{sen}\, 66° = \frac{\overline{AK}}{5} \Leftrightarrow$$

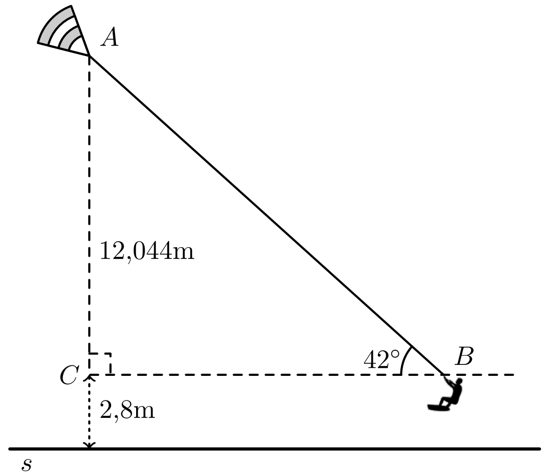
$$\Leftrightarrow 5 \times \text{ sen}\, 66° = \overline{AK} \Rightarrow \overline{AK} \approx 4{,}568 \text{ m}$$

Como a distância entre os planos paralelos JKL e EFG é 2 m, temos que $\overline{KF} = 2$ m, e assim, a altura da torre, em metros, arredondado às décimas, é:

$$\overline{AF} = \overline{AK} + \overline{KF} \approx 4{,}568 + 2 \approx 6{,}6 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

5. Como o ângulo BCA é reto, então o triângulo $[ABC]$ é retângulo em C e, relativamente ao ângulo ABC, o lado $[AC]$ é o cateto oposto e o lado $[AB]$ é a hipotenusa, pelo que, usando a definição de seno, temos:



$$\text{sen}\, A\hat{B}C = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{sen}\, 42° = \frac{\overline{AC}}{18} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 18 \times \text{ sen}\, 42° = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} \approx 12{,}044 \text{ m}$$

Desta forma, temos que a distância da asa à superfície da água, ou seja, a distância do ponto A à reta s, em metros, arredondado às décimas, é a soma de $\overline{AC}$ com a distância do ponto B à reta s, ou seja:

$$12{,}044 + 2{,}8 = 14{,}844 \approx 14{,}8 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

6. Como o ângulo ABC é reto, então o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B e, relativamente ao ângulo BAC, o lado $[AB]$ é o cateto adjacente e o lado $[AC]$ é a hipotenusa, pelo que, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos B\hat{A}C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos 35^\circ = \frac{\overline{AB}}{46} \Leftrightarrow \overline{AB} = 46 \times \cos 35^\circ$$

Como $\cos 35^\circ \approx 0{,}82$, vem que:

$$\overline{AB} \approx 46 \times 0{,}82 \approx 37{,}72 \text{ m}$$

Assim, como $\overline{AB} = \overline{EF}$ (porque os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são iguais pelo critério LAL), e $\overline{BF} = \overline{CD}$, temos que:

$$\overline{AE} = \overline{AB} + \underbrace{\overline{BF}}_{\overline{CD}} + \underbrace{\overline{EF}}_{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AE} = 2 \times \overline{AB} + \overline{CD} \Leftrightarrow \overline{AE} - 2 \times \overline{AB} = \overline{CD} \Leftrightarrow$$

Logo, como $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{ED} = 46 + 46 = 92$ metros e $\overline{AB} \approx 37{,}72$ metros, temos que a distância entre os pontos C e D, em metros, arredondado às unidades, é:

$$\overline{CD} \approx 92 - 2 \times 37{,}72 \approx 16{,}56 \approx 17 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

7. Sabemos que $[BCM]$ é um triângulo retângulo em M (porque o triângulo $[ABC]$ é isósceles, com $\overline{AC} = \overline{AB}$ e M é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$).

Temos ainda que, como M é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$, então $\overline{AM} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{4{,}62}{2} = 2{,}31$ m

Como relativamente ao ângulo ACM, o lado $[AM]$ é o cateto oposto e o lado $[MC]$ é o cateto adjacente, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, e substituindo as medidas dos lados, temos que:

$$\text{tg } A\hat{C}M = \frac{\overline{AM}}{\overline{MC}} = \frac{2{,}31}{4{,}35}$$

Como $\frac{2{,}31}{4{,}35} \approx 0{,}531$, procurando o valor mais próximo na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), temos que a amplitude do ângulo $A\hat{C}M$ é:

$$A\hat{C}M = \text{tg}^{-1}\left(\frac{2{,}31}{4{,}35}\right) \approx 28^\circ$$

Como o segmento $[CM]$ é a bissetriz do ângulo ACB, temos que:

$$A\hat{C}B = 2 \times A\hat{C}M \approx 2 \times 28 = 56^\circ$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

8. Como o triângulo $[MNO]$ é retângulo no vértice E e, relativamente ao ângulo DAE, o lado $[AE]$ é o cateto adjacente e o lado $[AD]$ é a hipotenusa, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos D\hat{A}E = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \cos 32^\circ = \frac{\overline{AE}}{0{,}90} \Leftrightarrow \overline{AE} = 0{,}9 \times \cos 32^\circ$$

Como $\cos 32^\circ \approx 0{,}848$, vem que:

$$\overline{AE} \approx 0{,}9 \times 0{,}848 \approx 0{,}763 \text{ m}$$

Como $\overline{EF} + \overline{AE} = \overline{AF} \Leftrightarrow \overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE}$, temos que, a distância em metros, do vértice D à parede do quarto, arredondado às centésimas, é:

$$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} \approx 1{,}05 - 0{,}763 \approx 0{,}29 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

9. Como o ponto N é o pé da perpendicular traçada do ponto M para a reta OP, então o triângulo $[MNO]$ é retângulo em N e, relativamente ao ângulo MON, o lado $[ON]$ é o cateto adjacente e o lado $[OM]$ é a hipotenusa, pelo que, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos M\hat{O}N = \frac{\overline{ON}}{\overline{OM}} \Leftrightarrow \cos 56^\circ = \frac{\overline{ON}}{2} \Leftrightarrow \overline{ON} = 2\cos 56^\circ$$

Como $\cos 56^\circ \approx 0{,}559$, vem que:

$$\overline{ON} \approx 2 \times 0{,}559 \approx 1{,}118 \text{ m}$$

Assim, a distância da cadeira ao solo pode ser calculada como a diferenças das distâncias dos pontos O e N ao solo, ou seja, ao ponto P, e o seu valor em metros, arredondado às centésimas, é:

$$\overline{NP} = \overline{OP} - \overline{ON} \approx 2{,}5 - 1{,}118 \approx 1{,}38 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

10. Como os triângulos $[ABH]$ e $[GEF]$ são ambos retângulos, $\overline{AB} = \overline{CD}$ e $B\hat{A}H = E\hat{G}F$, pelo critério ALA os triângulos são congruentes e, por isso $\overline{BH} = \overline{EF}$
Temos ainda que:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{AD} \Leftrightarrow 2\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AD} \Leftrightarrow 2\overline{AB} = \overline{AD} - \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{\overline{AD} - \overline{BC}}{2}$$

Assim, como $\overline{AB} = \overline{GE}$, temos que:

$$\overline{GE} = \overline{AB} = \frac{23 - 12}{2} = \frac{11}{2} = 5{,}5 \text{ m}$$

Como, relativamente ao ângulo EGF, o lado $[GE]$ é o cateto adjacente e o lado $[FE]$ é o cateto oposto, usando a definição de tangente, temos:

$$\operatorname{tg} E\hat{G}F = \frac{\overline{FE}}{\overline{GE}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\overline{FE}}{5{,}5} \Leftrightarrow \overline{FE} = \operatorname{tg} 30^\circ \times 5{,}5$$

Como $\operatorname{tg} 30^\circ \approx 0{,}577$, vem que:

$$\overline{FE} \approx 0{,}577 \times 5{,}5 \approx 3{,}174 \text{ m}$$

Como $\overline{FD} = \overline{FE} + \overline{ED} = 2\overline{FE}$, então a distância da superfície do rés do chão à superfície do 2.º andar, arredondada às centésimas, é:

$$\overline{FD} \approx 2 \times 3{,}174 \approx 6{,}35 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

11. O triângulo $[CDE]$ é retângulo em E. Como, relativamente ao ângulo DCE, o lado $[CE]$ é o cateto adjacente e o lado $[CD]$ é a hipotenusa, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos 10° = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \cos 10° = \frac{\overline{CE}}{4{,}1} \Leftrightarrow \overline{CE} = 4{,}1 \times \cos 10°$$

Como $\cos 10° \approx 0{,}985$, vem que:

$$\overline{CE} \approx 4{,}1 \times 0{,}985 \approx 4{,}039 \text{ m}$$

Assim, como a distância (d) da reta t ao ponto C é 20 centímetros, ou seja, 0,2 metros e como $\overline{AB} = \overline{CE} + d$, vem que a distância do candeeiro ao tabuleiro da ponte, em metros, arredondado às décimas, é:

$$\overline{AB} \approx 4{,}039 + 0{,}2 \approx 4{,}2 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

12. O triângulo $[AOP]$ é retângulo em P. Como, relativamente ao ângulo AOP, o lado $[OP]$ é o cateto adjacente e o lado $[AP]$ é o cateto oposto, usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } A\hat{O}P = \frac{\overline{AP}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \text{tg } 55° = \frac{225}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \overline{OP} = \frac{225}{\text{tg } 55°}$$

Como tg $55° \approx 1{,}43$, vem que:

$$\overline{OP} \approx \frac{225}{1{,}43} \approx 157{,}34 \text{ m}$$

Como $\overline{OR} = \overline{OP} + \overline{PR}$, vem:

$$\overline{OR} \approx 157{,}34 + 132 \approx 289{,}34 \text{ m}$$

O triângulo $[BOR]$ é retângulo em R. Como, relativamente ao ângulo BOR, o lado $[OR]$ é o cateto adjacente e o lado $[BR]$ é o cateto oposto, voltando a usar a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } B\hat{O}R = \frac{\overline{BR}}{\overline{OR}} \Rightarrow \text{tg } B\hat{O}R \approx \frac{225}{289{,}34} \Rightarrow \text{tg } B\hat{O}R \approx 0{,}78$$

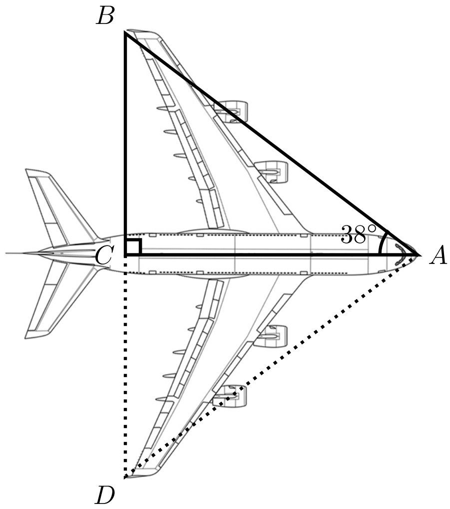
Assim, procurando o valor mais próximo de 0,78 na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo BOR às unidades, temos que

$$B\hat{O}R \approx \text{tg}^{-1}(0{,}78) \approx 38°$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

13. Como o triângulo $[ABD]$ é isósceles e o segmento de reta $[AC]$ é a altura relativa à base $[BD]$, o triângulo $[ABC]$ é retângulo em C.

No triângulo $[ABC]$, relativamente ao ângulo BAD, o lado $[BC]$ é o cateto oposto e o lado $[AC]$ é o cateto adjacente, e como $B\hat{A}C = \frac{B\hat{A}D}{2} = \frac{76}{2} = 38^\circ$, usando a definição de tangente, temos:



$$\text{tg}\, B\hat{A}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \text{tg}\, 38^\circ = \frac{\overline{BC}}{51} \Leftrightarrow 51 \times \text{tg}\, 38^\circ = \overline{BC}$$

Como $\text{tg}\, 38^\circ \approx 0{,}78$, vem que:

$$\overline{BC} \approx 51 \times 0{,}78 \approx 39{,}78 \text{ m}$$

Como o triângulo $[ABD]$ é isósceles e o segmento de reta $[AC]$ é a altura relativa à base $[BD]$, temos que $\overline{BC} = \overline{BC}$, e assim determinando a envergadura do A380, ou seja o valor de $\overline{BD}$, em metros, e arredondando o resultado às unidades, vem que:

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} \approx 39{,}78 + 39{,}78 \approx 80 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

14. O triângulo $[CMT]$ é retângulo em C. Como, relativamente ao ângulo CMT, o lado $[MC]$ é o cateto adjacente e o lado $[TC]$ é o cateto oposto, usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg}\, 60^\circ = \frac{\overline{TC}}{\overline{MC}} \Leftrightarrow \text{tg}\, 60^\circ = \frac{\overline{TC}}{25{,}6} \Leftrightarrow 25{,}6 \times \text{tg}\, 60^\circ = \overline{TC}$$

Como $\text{tg}\, 60^\circ \approx 1{,}73$, vem que:

$$\overline{TC} \approx 25{,}6 \times 1{,}73 \approx 44{,}29$$

O triângulo $[CRT]$ é retângulo em C. Como, relativamente ao ângulo CRT, o lado $[CR]$ é o cateto adjacente e o lado $[TC]$ é o cateto oposto, voltando a usar a definição de tangente, temos:

$$\text{tg}\, 45^\circ = \frac{\overline{TC}}{\overline{CR}} \Leftrightarrow \overline{CR} = \frac{\overline{TC}}{\text{tg}\, 45^\circ}$$

Como $\text{tg}\, 45^\circ = 1$, vem que:

$$\overline{CR} \approx \frac{44{,}29}{1} \approx 44{,}29$$

Assim, determinando o valor de $\overline{MR}$, em metros, e arredondando o resultado às unidades, vem que:

$$\overline{MR} = \overline{MC} + \overline{CR} \approx 25{,}6 + 44{,}29 \approx 70 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase

15. Como M é o ponto médio da corda $[AB]$, temos que $\overline{AM} = \overline{MB}$, e assim

$$\overline{PB} = \overline{PA} + \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{PA} + 2 \times \overline{MB}$$

Logo, substituindo os valores conhecidos, vem

$$\overline{PB} = \overline{PA} + 2 \times \overline{MB} \Leftrightarrow 8 = 2 + 2 \times \overline{MB} \Leftrightarrow 8 - 2 = 2 \times \overline{MB} \Leftrightarrow \frac{6}{2} = \overline{MB} \Leftrightarrow 3 = \overline{MB}$$

Como $[CB]$ e $[CT]$ são raios da circunferência, vem que

$$\overline{CB} = \overline{CT} = 9{,}2$$

Como o triângulo $[BCA]$ é isósceles, e o ponto M é o ponto médio do lado menor $[AB]$, então $[CM]$ é a altura relativamente ao lado $[AB]$, e por isso o lado $[CM]$ é perpendicular ao lado $[AB]$, ou seja o triângulo $[BCM]$ é retângulo em M.
Como, relativamente ao ângulo BCM, o lado $[MB]$ é o cateto oposto e o lado $[CB]$ é a hipotenusa, usando a definição de seno, temos:

$$\operatorname{sen}(B\hat{C}M) = \frac{\overline{MB}}{\overline{CB}} \Leftrightarrow \operatorname{sen}(B\hat{C}M) = \frac{3}{9{,}2}$$

Como $\frac{3}{9{,}2} \approx 0{,}326$, procurando o valor mais próximo na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo BCM às unidades, temos que

$$B\hat{C}M = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{3}{9{,}2}\right) \approx 19^\circ$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

16. O triângulo $[ABO]$ é retângulo em B. Como, relativamente ao ângulo BAO, o lado $[OB]$ é o cateto oposto e o lado $[OA]$ é a hipotenusa, usando a definição de seno, temos:

$$\operatorname{sen} 25^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \Leftrightarrow \operatorname{sen} 25^\circ = \frac{1}{\overline{OA}} \Leftrightarrow \overline{OA} = \frac{1}{\operatorname{sen} 25^\circ}$$

Como $\operatorname{sen} 25^\circ \approx 0{,}423$, vem que:

$$\overline{OA} \approx \frac{1}{0{,}423} \approx 2{,}364$$

Assim, a medida r do raio do círculo de raio $[AD]$, é

$$r = \overline{OA} \approx 2{,}364$$

Pelo que, calculando a área A_S, do semicírculo de raio $[AD]$ em centímetros quadrados, arredondados às décimas, vem

$$A_S = \frac{\pi r^2}{2} \approx \frac{\pi \times 2{,}364^2}{2} \approx 8{,}8 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

17. O triângulo $[ABD]$ é retângulo e $[AD]$ e $[BD]$ são os catetos.
Assim, como $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$, temos que $[AD]$ é o cateto oposto ao ângulo α, e $[BD]$ é o cateto adjacente, pelo que o ângulo α é o ângulo ABD

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª fase

18. O triângulo $[ACD]$ é retângulo em C. Como, relativamente ao ângulo CDA, o lado $[CD]$ é o cateto adjacente e o lado $[CA]$ é o cateto oposto, usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } 50^\circ = \frac{\overline{CA}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \text{tg } 50^\circ = \frac{\overline{CA}}{8} \Leftrightarrow 8 \times \text{ tg } 50^\circ = \overline{CA}$$

Como $\text{tg } 50^\circ \approx 1{,}19$, vem que:

$$\overline{CA} \approx 8 \times 1{,}19 \approx 9{,}52$$

Assim, arredondando o resultado às décimas, vem que $\overline{CA} \approx 9{,}5$ cm

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada

19. O triângulo $[APB]$ é retângulo em P. Como, relativamente ao ângulo BAP, o lado $[AP]$ é o cateto adjacente e o lado $[BP]$ é o cateto oposto, usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } 65^\circ = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \text{tg } 65^\circ = \frac{\overline{BP}}{1{,}6} \Leftrightarrow 1{,}6 \times \text{ tg } 65^\circ = \overline{BP}$$

Como $\text{tg } 65^\circ \approx 2{,}14$, vem que:

$$\overline{BP} \approx 1{,}6 \times 2{,}14 \approx 3{,}42$$

Assim, arredondando o resultado às décimas, vem que $\overline{BP} \approx 3{,}4$ cm

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 1.ª chamada

20. O triângulo $[ADO]$ é retângulo em D, porque $[BC]$ é perpendicular a $[AC]$. Como o triângulo $[ABC]$ é isósceles, também o triângulo AOC é, porque têm a base em comum, e o vértice oposto à base está sobre a altura. Assim, o ângulo AOC é tem o dobro da amplitude do ângulo AOD, logo:

$$A\hat{O}D = \frac{A\hat{O}C}{2} = \frac{72}{2} = 36^\circ$$

Desta forma, o lado $[OA]$ é a hipotenusa do triângulo $[AOD]$, e relativamente ao ângulo AOD, $[AD]$ é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen } 36^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{OA}} \Leftrightarrow \text{sen } 36^\circ = \frac{\overline{AD}}{2} \Leftrightarrow 2 \times \text{ sen } 36^\circ = \overline{AD}$$

Como sen $36^\circ \approx 0{,}588$, vem que: $\overline{AD} \approx 2 \times 0{,}588 \approx 1{,}176$

Como o ângulo ABD é o ângulo inscrito relativo ao mesmo arco que o ângulo ao centro AOD tem o metade da amplitude do ângulo AOD, logo:

$$A\hat{B}D = \frac{A\hat{O}D}{2} = \frac{36}{2} = 18^\circ$$

Desta forma, como o triângulo $[ABD]$ é retângulo em D, relativamente ao ângulo ABD, $[AD]$ é o cateto oposto e $[BD]$ é o cateto adjacente, pelo que, usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } 18^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \text{tg } 18^\circ \times \overline{BD} = \overline{AD} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{\overline{AD}}{\text{tg } 18^\circ}$$

Como $\overline{AD} \approx 1{,}176$ e tg $18^\circ \approx 0{,}325$, vem que: $\overline{BD} \approx \dfrac{1{,}176}{0{,}325} \approx 3{,}618$

Como a medida da altura do triângulo $[ABC]$ é $\overline{BD} \approx 3{,}618$ e a medida da base é $\overline{AC} = 2 \times \overline{AD} \approx 2 \times 1{,}176 \approx 2{,}352$, calculando a área do triângulo $[ABC]$, vem:

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} \approx \frac{2{,}352 \times 3{,}618}{2} \approx 4{,}255$$

Desta forma, o valor aproximado às décimas da área do triângulo $[ABC]$ é de 4,3 cm^2

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 2.ª chamada

21. Sabemos que o volume(V) do um prisma é o produto da área da base (A_b) pela altura (h):

$$V = A_b \times h$$

Considerando a base do prisma o triângulo $[ABC]$, a altura a aresta $[AE]$, e a medida do volume 42, e substituindo as medidas conhecidas vem

$$V = A_{[ABC]} \times \overline{AE} \Leftrightarrow 42 = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} \times \overline{AE} \Leftrightarrow 42 = \frac{\overline{AB} \times 2}{2} \times 6 \Leftrightarrow \frac{42}{6} = \overline{AB} \Leftrightarrow 7 = \overline{AB}$$

Assim, como, relativamente ao ângulo ABC, o lado $[AC]$ é o cateto oposto e o lado $[AB]$ é o cateto adjacente, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, temos que

$$\operatorname{tg}(A\hat{B}C) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \operatorname{tg}(A\hat{B}C) = \frac{2}{7}$$

Como $\frac{2}{7} \approx 0{,}2857$, procurando o valor mais próximo na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo ABC às unidades, temos que

$$A\hat{B}C = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) \approx 16°$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

22. O triângulo $[IHB]$ é retângulo em H, porque é uma base de um dos prismas, e o lado $[HB]$ é a hipotenusa. Temos que, relativamente ao ângulo IHB, $[BI]$ é o cateto oposto, e o lado $[HI]$ é o cateto adjacente, pelo que, usando a definição de tangente, e substituindo as medidas conhecidas, temos:

$$\operatorname{tg}\left(I\hat{H}B\right) = \frac{\overline{BI}}{\overline{HI}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 32° = \frac{\overline{BI}}{5} \Leftrightarrow 5 \times \operatorname{tg} 32° = \overline{BI}$$

Como $\operatorname{tg} 32° \approx 0{,}625$, vem que: $\overline{BI} \approx 5 \times 0{,}625 \approx 3{,}125$

Como $[ABDCDEFIJ]$ é um cubo, então o seu volume, V_C, é

$$V_C = \overline{BI}^3 \approx 3{,}125^3 \approx 30{,}518 \text{ m}^3$$

Temos ainda que $\overline{AB} = \overline{BI}$, e como $[BHIFAG]$ é um prisma triangular reto, em que o triângulo $[IHB]$ é a base e $[HI]$ é a altura, então o volume do prisma, V_P, é

$$V_P = A_{[IHB]} \times \overline{AB} = \frac{\overline{HI} \times \overline{BI}}{2} \times \overline{AB} \approx \frac{5 \times 3{,}125}{2} \times 3{,}125 \approx 24{,}414 \text{ m}^3$$

Como os prismas $[BHIFAG]$ e $[CKJEDL]$ são geometricamente iguais, têm o mesmo volume, pelo que calculando o volume do sólido, V_S, como a soma dos três volumes, e arredondando o resultado às unidades temos:

$$V_S = V_P + V_C + V_P = 2 \times V_P + V_C \approx 2 \times 24{,}414 + 30{,}518 \approx 79 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 2.ª chamada

23. Como $[ACB]$ é um triângulo retângulo em B, e relativamente ao ângulo ACB, temos que $[AC]$ é a hipotenusa, $[BC]$ é o cateto adjacente e $[AB]$ é o cateto oposto, pela definição das razões trigonométricas, temos que

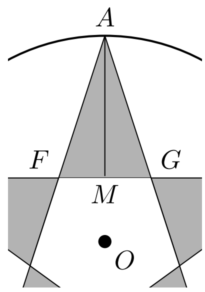
$$\text{sen}\, A\hat{C}B = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \quad \text{e} \quad \cos A\hat{C}B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 1.ª chamada

24. Como $\overline{AF} = \overline{AG}$, o triângulo $[AFG]$ é isósceles, pelo que, considerando M o ponto médio do lado $[FG]$, podemos considerar o triângulo $[AMF]$, retângulo em M

Temos ainda que o lado $[AM]$ bisseta o ângulo FAG (que coincide com o ângulo CAD), pelo que $F\hat{A}M = \frac{36}{2} = 18°$



Desta forma, o lado $[AF]$ é a hipotenusa do triângulo $[AMF]$, e relativamente ao ângulo FAM, $[AM]$ é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,(F\hat{A}M) = \frac{\overline{FM}}{\overline{AF}} \Leftrightarrow \text{sen}\, 18° = \frac{\overline{FM}}{16} \Leftrightarrow 16 \times \text{sen}\, 18° = \overline{FM}$$

Como $\text{sen}\, 18° \approx 0{,}31$, vem que: $\overline{FM} \approx 16 \times 0{,}31 \approx 4{,}94$ cm

Como M é o ponto médio de $[FG]$, calculando $\overline{FG}$ e arredondando o resultado às décimas, temos

$$\overline{FG} = 2 \times \overline{FM} \approx 2 \times 4{,}94 \approx 9{,}9 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, Ép. Especial

25. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A, então o lado $[AC]$ é o cateto oposto ao ângulo CBA e o lado $[AB]$ é o cateto adjacente ao mesmo ângulo, pelo que, usando a definição de tangente de um ângulo, temos:

$$\text{tg}\left(C\hat{B}A\right) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{tg}\, 30° = \frac{8}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{8}{\text{tg}\, 30°}$$

Como $\text{tg}\, 30° \approx 0{,}58$, vem que: $\overline{AB} \approx \frac{8}{0{,}58} \approx 13{,}79$

Definindo o lado $[AB]$ como a base e o lado $[AC]$ como a altura (ou vice-versa), a área do triângulo $[ABC]$, em cm^2, arredondada às unidades é

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} \approx \frac{13{,}79 \times 8}{2} \approx 55 \text{ cm}^2$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 2.ª chamada

26. Como o triângulo $[DPH]$ é retângulo em D, então o lado $[DP]$ é o cateto adjacente ao ângulo DPH e o lado $[DH]$ é o cateto oposto ao mesmo ângulo, pelo que, usando a definição de tangente de um ângulo, temos:

$$\text{tg}\left(D\hat{P}H\right) = \frac{\overline{DH}}{\overline{DP}} \Leftrightarrow \text{tg}\,32° = \frac{\overline{DH}}{5} \Leftrightarrow 5\,\text{tg}\,32° = \overline{DH}$$

Como $\text{tg}\,32° \approx 0{,}625$, vem que: $\overline{DH} \approx 5 \times 0{,}625 \approx 3{,}125$

Definindo o lado $[DP]$ como a base e o lado $[DH]$ como a altura (ou vice-versa), a área do triângulo $[DPH]$, em cm^2, arredondada às décimas é

$$A_{[DPH]} = \frac{\overline{DP} \times \overline{DH}}{2} \approx \frac{5 \times 3{,}125}{2} \approx 7{,}8 \text{ cm}^2$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª chamada

27. Como o triângulo $[OQB]$ é retângulo em O, então o lado $[BO]$ é o cateto adjacente ao ângulo OBQ e o lado $[OQ]$ é o cateto oposto ao mesmo ângulo, pelo que, usando a definição de tangente de um ângulo, e como $\overline{BO} = 8$ temos:

$$\text{tg}\left(O\hat{B}Q\right) = \frac{\overline{OQ}}{\overline{BO}} \Leftrightarrow \text{tg}\,36° = \frac{\overline{OQ}}{8} \Leftrightarrow 8\,\text{tg}\,36° = \overline{OQ}$$

Como $\text{tg}\,36° \approx 0{,}73$, vem que: $\overline{DH} \approx 8 \times 0{,}73 \approx 5{,}84$

Definindo o lado $[OQ]$ como a base e o lado $[BO]$ como a altura (ou vice-versa), a área do triângulo $[BOQ]$ é

$$A_{[BOQ]} = \frac{\overline{OQ} \times \overline{BO}}{2} \approx \frac{5{,}84 \times 8}{2} \approx 23{,}36$$

E assim, a área do triângulo $[BSQ]$ é

$$A_{[BSQ]} = 2 \times A_{[BOQ]} \approx 2 \times 23{,}36 \approx 46{,}72$$

Determinando a área A do semicírculo, parcialmente sombreado, cujo raio (r) é 8, temos

$$A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times 8^2}{2} = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$$

Finalmente podemos obter o valor da área sombreada (A_S), arredondada às unidades, como a diferença da área do semicírculo e a área do triângulo $[BSQ]$:

$$A_S = A - A_{[BSQ]} \approx 32\pi - 46{,}72 \approx 54$$

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

28. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B, relativamente ao ângulo ACB, o lado $[AB]$ é o cateto oposto e o lado $[BC]$ é o cateto adjacente, e assim, recorrendo à definição de tangente de um ângulo e substituindo os valores conhecidos, temos que

$$\text{tg}\,(A\hat{C}B) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \text{tg}\,(A\hat{C}B) = \frac{1{,}26}{0{,}6} \Leftrightarrow \text{tg}\,(A\hat{C}B) = 2{,}1$$

Assim, procurando o valor mais próximo de 2,1 na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo ACB às unidades, temos que

$$A\hat{C}B = \text{tg}^{-1}\,(2{,}1) \approx 65°$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2010, 2.ª chamada

29. Como o triângulo $[ABD]$ é retângulo em A, o lado $[BD]$ é a hipotenusa, e relativamente ao ângulo BDA, $[AB]$ é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,(B\hat{D}A) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \text{sen}\,70^\circ = \frac{4{,}35}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{4{,}35}{\text{sen}\,70^\circ}$$

Como sen $70^\circ \approx 0{,}940$, vem que: $\overline{BD} \approx \dfrac{4{,}35}{0{,}940} \approx 4{,}63$ cm

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2010, 1.ª chamada

30. Como o triângulo $[ABD]$ é retângulo em C, o lado $[AB]$ é a hipotenusa, e relativamente ao ângulo CAB, $[BC]$ é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,(C\hat{A}B) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \text{sen}\,(C\hat{A}B) = \frac{1{,}7}{2{,}5} \Leftrightarrow \text{sen}\,(C\hat{A}B) = 0{,}68$$

Assim, procurando o valor mais próximo de 0,68 na coluna dos valores do seno na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo CAB às unidades, temos que

$$C\hat{A}B = \text{sen}^{-1}\,(0{,}68) \approx 43^\circ$$

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2010

31. Como a altura é medida na perpendicular ao solo, o triângulo formado pela trave, pela altura e pela parte do solo situada por debaixo da trave, é um triângulo retângulo em que a trave é a hipotenusa, e relativamente ao ângulo assinalado, a altura é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,40^\circ = \frac{a}{2{,}8} \Leftrightarrow \text{sen}\,40^\circ \times 2{,}8 = a$$

Como sen $40^\circ \approx 0{,}64$, calculando, em metros, a altura máxima a que a cadeira pode estar, e arredondando o resultado às décimas, vem:

$$a \approx 0{,}64 \times 2{,}8 \approx 1{,}79 \approx 1{,}8 \text{ m}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 2.ª chamada

32. Como o bloco deste monumento resultam de um corte de um prisma quadrangular reto, as arestas laterais são perpendiculares às arestas da base, pelo que os segmentos $[AB]$ e $[AE]$ são perpendiculares e assim, o triângulo $[ABE]$ é retângulo em A.

Logo, o lado $[EB]$ é a hipotenusa do triângulo e, relativamente ao ângulo AEB, o lado $[AB]$ é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,(A\hat{E}B) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} \Leftrightarrow \text{sen}\,35^\circ = \frac{2}{\overline{BE}} \Leftrightarrow \overline{BE} = \frac{2}{\text{sen}\,35^\circ}$$

Como sen $35^\circ \approx 0{,}5736$, calculando, em metros, a medida do comprimento de $[EB]$ e arredondando o resultado às unidades, vem

$$\overline{BE} \approx \frac{2}{0{,}5736} \approx 3 \text{ m}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 1.ª chamada

33. Como, a altura é medida na perpendicular à base, α é um ângulo de um triângulo retângulo em que, relativamente ao ângulo α, o lado cujo comprimento é 1,8 m é o cateto oposto e o lado cujo comprimento é 2 m é o cateto adjacente.
Assim, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, temos que

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{1{,}8}{2}$$

Como $\frac{1{,}8}{2} = 0{,}9$, procurando o valor mais próximo na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo α às unidades, temos que

$$\alpha = \text{tg}^{-1}\,(0{,}9) \approx 42^\circ$$

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2009

34. Sabemos que $[ABE]$ é um triângulo retângulo em A e, relativamente ao ângulo BAE, ou seja, ao ângulo β, o lado $[BE]$ é o cateto oposto e o lado $[AB]$ é o cateto adjacente.
Assim, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, e substituindo as medidas dos lados, temos que:

$$\text{tg}\,\beta = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{42}{300}$$

Como $\frac{42}{300} = 0{,}14$, procurando o valor mais próximo na coluna dos valores da tangente na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), e arredondando a amplitude do ângulo β às unidades, temos que

$$\beta = \text{tg}^{-1}\,(0{,}14) \approx 8^\circ$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 2.ª chamada

35. Como o triângulo assinalado na figura é retângulo, o lado com comprimento 30 m é a hipotenusa, e relativamente ao ângulo α, o lado definido pelo ecrã é o cateto oposto, pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{15}{30} \Leftrightarrow \text{sen}\,(C\hat{A}B) = 0{,}5$$

Assim, procurando o valor 0,5 na coluna dos valores do seno na tabela de valores das razões trigonométricas (ou recorrendo à calculadora), temos que

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\,(0{,}5) = 30^\circ$$

Como a amplitude do ângulo de visão do João é superior a 26° e inferior a 36°, então podemos afirmar o lugar do João permite uma visão clara do filme.

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª chamada

36. Começamos por determinar o comprimento da sombra da vara. Como a vara foi colocada perpendicularmente ao solo, a vara e a sua sombra definem um ângulo reto (e um triângulo retângulo), pelo que, relativamente ao ângulo de amplitude 43°, a vara (de comprimento 1,8 m) é o cateto oposto e a sombra da vara é o cateto adjacente.
Assim, designado por v o comprimento da sombra da vara, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, temos que:

$$\operatorname{tg} 43^\circ = \frac{1{,}8}{v} \Leftrightarrow v = \frac{1{,}8}{\operatorname{tg} 43^\circ}$$

Como $\operatorname{tg} 43^\circ \approx 0{,}93$, vem que: $v \approx \dfrac{1{,}8}{0{,}93} \approx 1{,}94$ e assim, a sombra da antena é $14 + 1{,}94 \approx 15{,}94$ m

Como os dois triângulos (um formado pela antena e a respetiva sombra e o outro formado pela vara e pela respetiva sombra são semelhantes, porque têm dois ângulos iguais - o ângulo de amplitude 43° que é comum e os ângulos retos), então os lados correspondentes são proporcionais, ou seja

$$\frac{h}{15{,}94} = \frac{1{,}8}{1{,}94} \Leftrightarrow h = \frac{1{,}8 \times 15{,}94}{1{,}94} \Leftrightarrow h \approx 14{,}79$$

Pelo que a altura da antena é de, aproximadamente, 15 m.

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 2.ª chamada

37. Como o triângulo $[ADE]$ é retângulo em E, relativamente ao ângulo EAD, o lado $[ED]$ é o cateto oposto e o lado $[AD]$ é a hipotenusa pelo que, usando a definição de seno, temos:

$$\operatorname{sen}(E\hat{A}D) = \frac{\overline{ED}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{\overline{ED}}{5} \Leftrightarrow 5 \times \operatorname{sen} 30^\circ = \overline{ED}$$

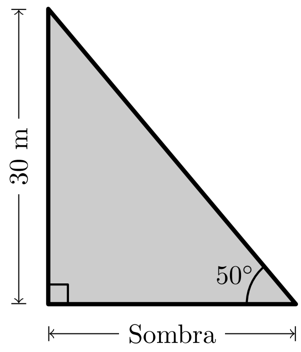
Como $\operatorname{sen} 30^\circ = 0{,}5$, determinando $\overline{ED}$, vem

$$\overline{ED} = 5 \times 0{,}5 = 2{,}5$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 1.ª chamada

38. Pela observação do gráfico, podemos verificar que às 15 horas e 38 minutos do dia 21 de junho de 2006, a altura, h, do Sol é a amplitude, medida em graus, ou seja o ângulo que os raios solares faziam com o plano do horizonte era 50°

Fazendo um esboço para ilustrar a situação descrita, como na figura ao lado, consideramos um triângulo retângulo em que um dos ângulo tem amplitude 50°, e relativamente a esse ângulo sabemos que a medida do cateto oposto é 30 e queremos determinar a medida do cateto adjacente.



Assim, designado por s o comprimento da sombra, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, temos que:

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{30}{s} \Leftrightarrow s = \frac{30}{\operatorname{tg} 50^\circ}$$

Como $\operatorname{tg} 50^\circ \approx 1{,}19$, vem que: $s \approx \dfrac{30}{1{,}19} \approx 25{,}21$ e assim, arredondando o resultado às unidades, temos que a sombra do monumento é, aproximadamente, 25 metros.

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª chamada

39. Como, de acordo com a figura o cateto oposto ao ângulo x tem é o lado b, e a hipotenusa do triângulo é o lado a, pela definição de seno de um ângulo, vem que

$$\operatorname{sen} x = \frac{b}{a}$$

Resposta: **Opção A**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 1.ª chamada

40. Como o *degrau* é um prisma triangular reto, podemos considerar o triângulo retângulo em que um ângulo agudo tem amplitude 17°, e relativamente a este ângulo a medida do cateto oposto é a altura, a, do *degrau*, e ainda a medida do cateto adjacente é 5.

Assim, recorrendo à definição de tangente de um ângulo, temos que:

$$\operatorname{tg} 17^\circ = \frac{a}{5} \Leftrightarrow 5 \times \operatorname{tg} 17^\circ = a$$

Como $\operatorname{tg} 17^\circ \approx 0{,}3057$, arredondando o resultado às décimas, a altura do *degrau* é:

$$a \approx 5 \times 0{,}3057 \approx 1{,}5 \text{ m}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 2.ª chamada

41. Como os dois triângulos retângulos formados pelos degraus e pela rampa são congruentes (porque têm os ângulos correspondentes com a mesma amplitude e um lado com a mesma medida), então a medida da hipotenusa de cada um deles é $\frac{c}{2}$. Podemos ainda verificar que, relativamente ao ângulo de amplitude 3°, a altura do degrau é o cateto oposto do triângulo.

Assim, recorrendo à definição de seno de um ângulo, temos que:

$$\operatorname{sen} 3^\circ = \frac{10}{\frac{c}{2}} \Leftrightarrow \frac{c}{2} = \frac{10}{\operatorname{sen} 3^\circ} \Leftrightarrow c = \frac{10}{\operatorname{sen} 3^\circ} \times 2$$

Como $\operatorname{sen} 3^\circ \approx 0{,}0523$, o comprimento da rampa, em centímetros, é:

$$c \approx \frac{10}{0{,}0523} \times 2 \approx 382{,}4092 \text{ cm}$$

Pelo que o comprimento da rampa, em metros, arredondado às décimas, é 3,8 m

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 1.ª chamada